

Tartalom

Bevezető	4
Információk és jó tanácsok az érettségi vizsgához	7
A RÉV változásai KÖZÉPSZINTEN 2024-től	13
A feladatok témakörönkénti besorolása	23

I. FELADATSOROK

1. feladatsor	27
2. feladatsor	36
3. feladatsor	43
4. feladatsor	51
5. feladatsor	58
6. feladatsor	66
7. feladatsor	74
8. feladatsor	82

II. JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓK

1. feladatsor	94
2. feladatsor	112
3. feladatsor	125
4. feladatsor	144
5. feladatsor	160
6. feladatsor	177
7. feladatsor	193
8. feladatsor	207
Képjegyzék	207

Kedves Kollégák!

Az új Nemzeti alaptanterv és az új kerettanterv változásai miatt 2024-től módosulnak a matematika érettségi vizsga követelményei. A változásokról a Rátz László Vándorgyűlésen és a Varga Tamás Módszertani Napokon már részletesebben hallhattak az érintettek, a pontos tartalmi elemekről az Érintő Elektronikus Matematikai Lapokból, a részletes érettségi vizsgakövetelményekből (RÉV) és az Oktatási Hivatal honlapján nyilvánosságra hozott mintafeladatsorból értesülhetett a szakma. Az új feladatsorokból eddig még nem állt rendelkezésre elegendő számú, a követelményeknek ténylegesen megfelelő feladatsor, ezért a középszintű matematika érettségire való felkészítés segítésének céljából alkottuk meg kiadványunkat, melynek összeállításakor maximálisan figyelembe vettük a RÉV előírásait.

Külön hangsúlyt fektettünk arra, hogy az általunk készített feladatsorok hitelesek és megbízhatóan használhatóak legyenek: formai és tartalmi szempontból egyaránt megfeleljenek a követelményeknek és a vizsgaleírásnak, továbbá nehézségükben és egy-egy feladatsoron belül a témakörök arányát tekintve is csak olyan példákat tartalmazzanak, amelyek az érettségi vizsgán 2024-től előfordulhatnak. Az előbbieket mellett egyúttal szeretnénk hangsúlyozni, hogy a kötetben közölt feladatsorok a jövőbeli új érettségiről alkotott személyes elképzeléseinket tükrözik. A korábbi érettségikhez képest az újdonságok több területen jelennek meg, ezért minden feladatsorban szerepelnek ezekből az újszerű vagy 2024-től várhatóan hangsúlyosabban számonkérendő témakörökből feladatok (pl. exponenciális folyamatok vizsgálata, pénzügyi feladatok, statisztikai elemzések, dobozdiagram, geometriai valószínűség, egyszerű állítások bizonyítása). A RÉV változásait a könnyebb áttekinthetőség kedvéért a bevezető után egy külön táblázatban foglaltuk össze.

Fontos újtásnak tartjuk ugyanakkor, hogy a kötet feladataihoz ugyanolyan javítási-értékelési útmutatók tartoznak, mint amelyeket az éles érettségi vizsgán már megszokhattak. A megoldások elkészítése során a leggyakoribb tanulói megoldások, típushibák pontozására is igyekeztünk iránymutatást adni, és lehetőség szerint 1 pontos itemekre lebontva meghatározni, hogy a feladatra kapható pontszám pontosan milyen tudáselemek szerepeltetése esetén jár.

Ha a feladatgyűjteményben szereplő feladatokat nem feladatsoronként, hanem témakörönként szeretnék feldolgozni, akkor a – szaktanári munkát megkönnyítendő – bevezető utáni részben megtalálják az egyes feladatok tematikus besorolását is.

A hosszú alkotó és fejlesztő munka gyümölcseként szeretettel nyújtom át a szerzőtársaimmal együtt készített művünket, melyet jó szívvel ajánlok minden érdeklődő kolléga számára bármely iskolatípusban. Bízom benne, hogy az elkészített anyag a mindennapi szaktanári munkában jól használható és a változásokra kellően felkészítő, fókuszáló.

Minden kedves kollégámnak sok sikert kívánok az érettségire történő felkészítéshez!

Varga Péter

A RÉV változásai KÖZÉPSZINTEN 2024-től

Jelmagyarázat

- ✓ **vastagítva** jelöltük azokat a változásokat, amelyek **új követelmények** (teljesen újak vagy emelt szintről középszintre kerültek át vagy a korábbi középszintű követelmények apróbb pontosításai);
- ✓ **áthúzással** jelöltük azokat a változásokat, amelyek **kikerültek a középszintű követelmények közül** (középszintről emelt szintre kerültek át vagy végleg kikerültek);

TÉMÁK	KÖZÉPSZINTŰ KÖVETELMÉNYEK
1.1 Halmazok	Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.
1.1.1 Halmazműveletek	Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: unió, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.
1.1.2 Számosság, részhalmazok	Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát. Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében.
1.2 Matematikai logika	Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet. Ismerje az „és”, a „megengedő vagy” és a „kizáró vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Tudja a „ha...akkor...” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket.
1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában	Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, valamint egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát. Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis. Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását.

Az y ; -2 ; x ebben a sorrendben egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Az x ; y ; -2 ebben a sorrendben egy számtani sorozat első három tagja.

c) Számítsa ki x és y lehetséges értékét!

8 pont

17. A Kékszalag balatoni vitorlásversenyen a felnőtt versenyzők nevezési díja 13 500 Ft, az ifjúsági versenyzőké 6750 Ft, a rajtengedélyes sportolóké 27 000 Ft. Az egyik évben az ifjúsági versenyzők száma 150 volt, a felnőtt versenyzők pedig 3-szor annyian voltak, mint a rajtengedélyes sportolók. A nevezési díjakból befolyt bevétel 8 437 500 Ft volt.

a) Hány felnőtt versenyző vett részt a versenyen?

4 pont

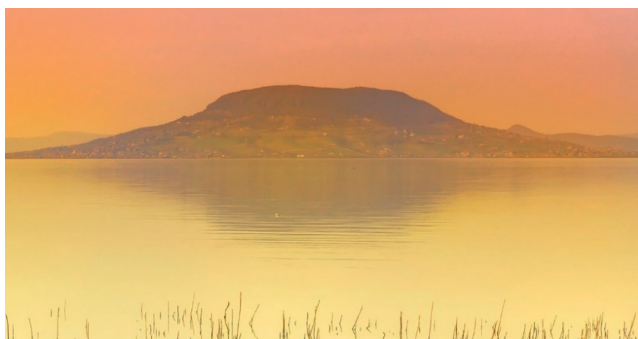
A vitorlás hajók horgonyzásánál kikötőbójákat használnak. Ezek egyik típusa az ábrán látható kettős kúp alakú bója. A két kúp közös alapkörének átmérője 28 cm, a két kúp egybevágó, a bója teljes magassága 64 cm.



b) Hány liter egy ilyen bója űrtartalma?

4 pont

A Balaton partján lévő ház erkélye a tó szintjéhez képest 18 méter magasan van. Innen csodáljuk meg a túlsó parton magasodó Badacsonyt és a tóban látható tükörképét. Az erkélyről a hegy tetejét 28° -os emelkedési szögben, a tükörképét pedig 30° -os lehajlási szögben látjuk.



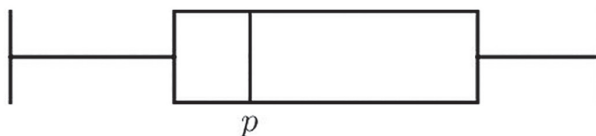
c) Milyen magas a Badacsony a tó vízszintjéhez képest?

9 pont

7. FELADATSOR

I. RÉSZ

1. Egy téglatest élei 10 cm, 13 cm és 20 cm hosszúak. Hány cm^3 a test térfogata? 2 pont
2. Hány átlója van összesen egy konvex tizennyolcszögnek? 2 pont
3. Fogalmazza meg az alábbi állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét (igaz vagy hamis)!
„Ha egy négyszög deltoid, akkor van szimmetriatengelye.” 2 pont
4. Egy háromszög oldalai 6 cm és 30 cm hosszúak, az általuk közbezárt szög 51° .
Mekkora a háromszög területe? 2 pont
5. Egy mértani sorozat első tagja 7, második tagja 14. Mennyi a sorozat 5. tagja? 2 pont
6. Határozza meg a kettes számrendszerben felírt 1010100 szám tízes számrendszerbeli alakját! 2 pont
7. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto (x+2)^2 - 4$ függvény szélsőértékének típusát (minimum vagy maximum), helyét és értékét! 3 pont
8. Az alábbi ábrán látható dobozdiagram a 0,3; 0,4; 3; 3; 3,5; 5; 7; 8; 8; 10 minta eloszlását szemlélteti. Határozza meg p értékét, és az adatok terjedelmét! 2 pont



II. RÉSZ „B”

16. a)		
(Megoldandó az alábbi egyenlet: $300\,000 = 1\,200\,000 \cdot 0,82^t$)	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
(Az egyenletet rendezve:) $0,82^t = 0,25$.	1 pont	
(A logaritmus definíciója alapján: $t = \log_{0,82} 0,25 \left(= \frac{\lg 0,25}{\lg 0,82} \right) \approx 6,99$)	2 pont	
7 év múlva csökken az e-bike értéke a negyedére.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyenlet helyett egyenlőtlenséggel számol, akkor a megfelelő pontok járnak.

16. b) első megoldás		
Péternek $(1\,200\,000 - 180\,000 =)$ $1\,020\,000$ Ft hitelt kell felvennie, az adóssága minden hónapban $1,012$ -szeresére nő.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Jelölje a havi törlesztőrészlet összegét x , ekkor az egyes törlesztések után az adóssága: 1. $1\,020\,000 \cdot 1,012 - x$ 2. $(1\,020\,000 \cdot 1,012 - x) \cdot 1,012 - x =$ $= 1\,020\,000 \cdot 1,012^2 - x \cdot 1,012 - x$... 36. $1\,020\,000 \cdot 1,012^{36} - x \cdot 1,012^{35} - \dots - x$	2 pont	
A 36. részlet kifizetése után az adóssága 0, ezért: $1\,020\,000 \cdot 1,012^{36} - x \cdot 1,012^{35} - x \cdot 1,012 - \dots - x = 0$	1 pont	
A mértani sorozat összegképlete alapján: $1\,020\,000 \cdot 1,012^{36} - x \cdot \frac{1,012^{36} - 1}{1,012 - 1} = 0$	1 pont	

Az egyenletet rendezve: $x = 1\,020\,000 \cdot 1,012^{36} \cdot \frac{0,012}{1,012^{36} - 1} \approx$	1 pont	
$\approx 35\,100$ Ft a kért kerekítéssel.	1 pont	<i>Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít vagy rosszul kerekít.</i>
Összesen:	7 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a függvénytáblázatban található képlet segítségével jól számol, és ez alapján helyesen válaszol, akkor a megfelelő pontok járnak.

16. c) első megoldás		
Bálint csak a harmadik szombaton tud ügyelni, Endre nem kerülhet az első hét szombatjára, így az első szombatra 3, a másodikra 3, a negyedikre 2 dolgozó közül választhatunk, ezért $3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 =$	1 pont	
$= 18$ -féleképpen készülhet beosztás a szombatokra.	1 pont	
Bálint csak az utolsó vasárnap tud dolgozni, Endre nem kerülhet az első vasárnapra, így $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 =$	1 pont	
$= 18$ -féle munkabeosztás készülhet a vasárnapokra.	1 pont	
Az összes lehetőség ezek szorzata, vagyis $18 \cdot 18 = 324$ -féle júniusi hétvégi beosztás készíthető.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

16. c) második megoldás		
Bálint csak fix helyeken tud bemenni dolgozni, az ő esetében nincs választási lehetőség, őt hagyjuk ki.	1 pont	
A maradék négy szombatból, illetve négy vasárnapból az elsőt Endre nem tud ügyelni, így itt $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség áll fenn,	1 pont	
a másodikon már tud, így ezeken újra $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség van,	1 pont	
a harmadikon $2 \cdot 2 = 4$, az utolsón pedig $1 \cdot 1 = 1$ lehetőség van.	1 pont	